Calcolare l'equazione di una Parabola passante per tre punti usando le matrici

Tale metodo si presta a risolvere il problema mediante un foglio elettronico (Excel, per esempio)

Siano dati i tre punti $A(x_A; y_A)$, $B(x_B; y_B)$ e $C(x_C; y_C)$

Si costruisce il sistema con le tre condizioni di passaggio dei vari punti sostituendone le coordinate all'equazione generica della parabola

$y = ax^2 + bx + x$

$$\begin{cases} y_A = ax_A^{\ 2} + bx_A + c \\ y_B = ax_B^{\ 2} + bx_B + c \\ y_C = ax_C^{\ 2} + bx_C + c \end{cases}$$

Si fa notare che in questo sistema le incognite sono *a,b* e *c*.
A questo punto si esprime i sistema utilizzando le matrici[1] costruendo, in particolare, tre matrici: matrice **A**(3X3) contenente i coefficienti delle incognite, matrice **B**(3X1) contenente i termini noti e matrice **X**(3X1) contenente le variabili:

$$A = \begin{vmatrix} x_A^{\ 2} & x_A & 1 \\ x_B^{\ 2} & x_\mathbf{B} & 1 \\ x_C^{\ 2} & x_C & 1 \end{vmatrix}; \ B = \begin{vmatrix} y_A \\ y_B \\ y_C \end{vmatrix}; \ X = \begin{vmatrix} a \\ b \\ c \end{vmatrix}$$

Il sistema si può scrivere $A \cdot X = B$ e si risolve $X = A^{-1} \cdot B$, ovvero la matrice delle incognite può calcolarsi moltiplicando la matrice inversa di A (A^{-1}) per la matrice B.

Excel dispone di funzioni matriciali:
MATR.INVERSA(matrice): calcola la matrice inversa di una certa matrice quadrata (n righe X n colonne)
MATR.PRODOTTO(matrice1;matrice2): calcola il prodotto fra due matrici compatibili (n.colonne della prima = n. righe della seconda)
LE FUNZIONI MATRICIALI VANNO IMMESSE IN BLOCCO IN TUTTE LE CELLE

- **SELEZIONANDO LA ZONA**
- **IMMETTENDO LA FUNZIONE**
- **PREMENDO I TASTI Shift+Ctrl+Invio**

[1] Tabelle nXm, ovvero n righe m colonne, contenenti numeri

Calcolare l'equazione di una Circonferenza passante per tre punti usando le matrici

Rispetto al caso precedente cambiano solo le condizioni di passaggio:

Equazione circonferenza: $x^2 + y^2 + ax + by + c = 0$

$$\begin{cases} x_A^{\ 2} + y_A^{\ 2} + ax_A + by_A + c = 0 \\ x_B^{\ 2} + y_B^{\ 2} + ax_B + by_B + c = 0 \\ x_C^{\ 2} + y_C^{\ 2} + ax_C + by_C + c = 0 \end{cases}$$

che conviene riscrivere portando i termini noti oltre l'uguale:

$$\begin{cases} ax_A + by_A + c = -x_A^{\ 2} - y_A^{\ 2} \\ ax_B + by_B + c = -x_B^{\ 2} - y_B^{\ 2} \\ ax_C + by_C + c = -x_C^{\ 2} - y_C^{\ 2} \end{cases}$$

Le tre matrici che esprimono il sistema sono:

$$A = \begin{vmatrix} x_A & y_A & 1 \\ x_B & y_\mathbf{B} & 1 \\ x_C & y_C & 1 \end{vmatrix}; \ B = \begin{vmatrix} -x_A^{\ 2} - y_A^{\ 2} \\ -x_\mathbf{B}^{\ 2} - y_B^{\ 2} \\ -x_C^{\ 2} - y_C^{\ 2} \end{vmatrix}; \ X = \begin{vmatrix} a \\ b \\ c \end{vmatrix}$$

Ora si procede come detto prima per la Parabola.