

Modo 1. Vista la posizione dei punti, due dei quali sono allineati rispetto l'asse x, si può facilmente calcolare il circocentro:

Asse di BD: $M_{BD}(5;1)$; equazione asse: $x=5$

Asse di AB: $M_{AB}\left(\frac{3}{2}; \frac{5}{2}\right)$; $m_{AB} = -1$; equazione asse: $y - \frac{5}{2} = -1 \cdot \left(x - \frac{3}{2}\right)$

$\Rightarrow y = x + 1$

Centro: $C \Rightarrow \begin{cases} x = 5 \\ y = x + 1 \end{cases} \Rightarrow C(5;6)$

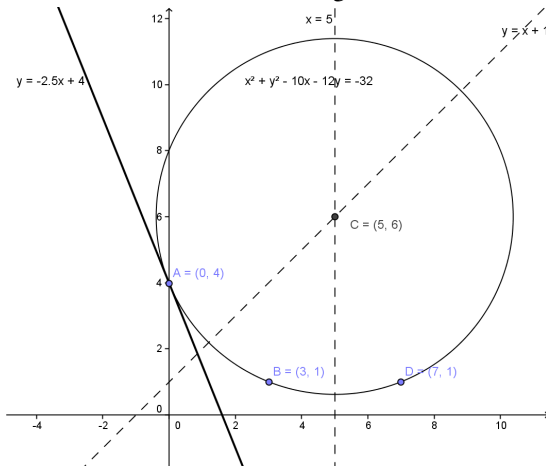
Ora si può procedere in due modi diversi (vedi problema 1); il più veloce è il

sistema: $\begin{cases} -\frac{a}{2} = 5 \\ -\frac{b}{2} = 6 \\ 16 + 4b + c = 0 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} a = -10 \\ b = -12 \\ c = 32 \end{cases}$

Modo 2. Sistema fra le condizioni di passaggio fra i 3 punti:

$\begin{cases} 16 + 4b + c = 0 \\ 1 + 9 + 3a + b + c = 0 \\ 49 + 1 + 7a + b + c = 0 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} a = -10 \\ b = -12 \\ c = 32 \end{cases}$

Punto b. Si calcola $m_{AC} = \frac{2}{5}$; tangente: $y - 4 = -\frac{5}{2}x \Rightarrow y = -\frac{5}{2}x + 4$



1) Problema 1

- a) Calcolare l'equazione della circonferenza di diametro AB, dove A(-2;1), B(4;-1).
- b) Calcolare le equazioni delle rette tangenti alla circonferenza **perpendicolari** al diametro AB.

Punto a

Il Centro è il punto medio di AB, dunque C(1;0).

Si può procedere in due modi diversi:

Modo 1. Soluzione del sistema fra le coordinate del centro ed il passaggio per

un punto (A, per esempio): $\begin{cases} -\frac{a}{2} = 1 \\ -\frac{b}{2} = 0 \\ 4 + 1 - 2a + b + c = 0 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} a = -2 \\ b = 0 \\ c = -9 \end{cases}$

Modo 2. Si calcola il raggio $r = AC = \sqrt{10}$ e si sviluppa la forma canonica $(x-1)^2 + y^2 = 10 \Rightarrow x^2 + y^2 - 2x - 9 = 0$

Punto b

Si calcola innanzitutto $m_{AB} = -\frac{1}{3}$; si può procedere in due modi diversi:

Modo 1. Fascio improprio di rette perpendicolari ad AB:

$y = 3x + q \Rightarrow 3x - y + q = 0$; distanza fascio-Centro=raggio

$d = \frac{|3+q|}{\sqrt{10}} = \sqrt{10} \Rightarrow (3+q)^2 = 10 \Rightarrow q^2 + 6q - 91 = 0 \Rightarrow q_{1,2} = -3 \pm \sqrt{9+91}$

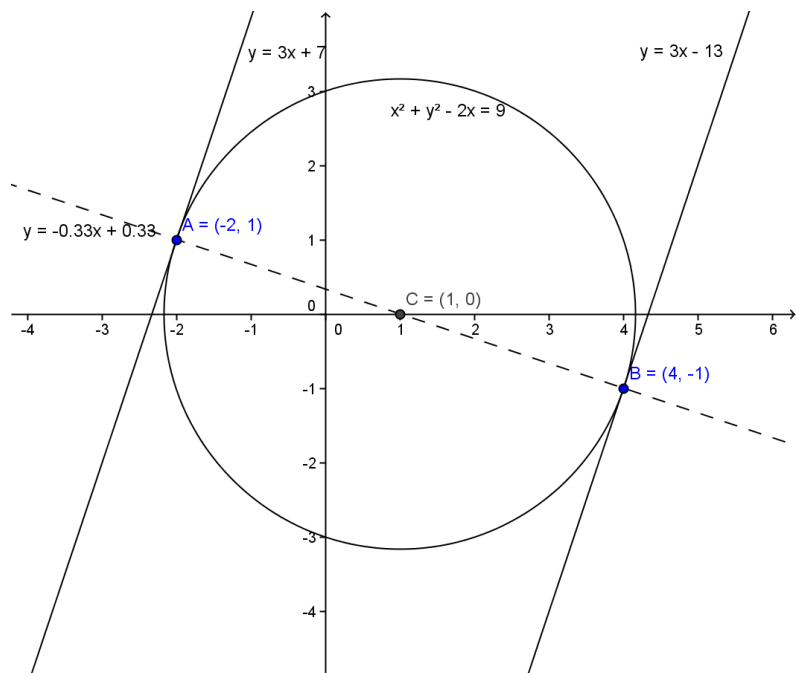
retta 1: $y = 3x - 13$; retta 2: $y = 3x + 7$

Modo 2. Le tangenti richieste, perpendicolari al diametro AB, passano dunque per i punti A e B.

Tangente per A: $y - 1 = 3(x + 2) \Rightarrow y = 3x + 7$;

Tangente per B: $y + 1 = 3(x - 4) \Rightarrow y = 3x - 13$

Vedi rappresentazione grafica nella pagina seguente

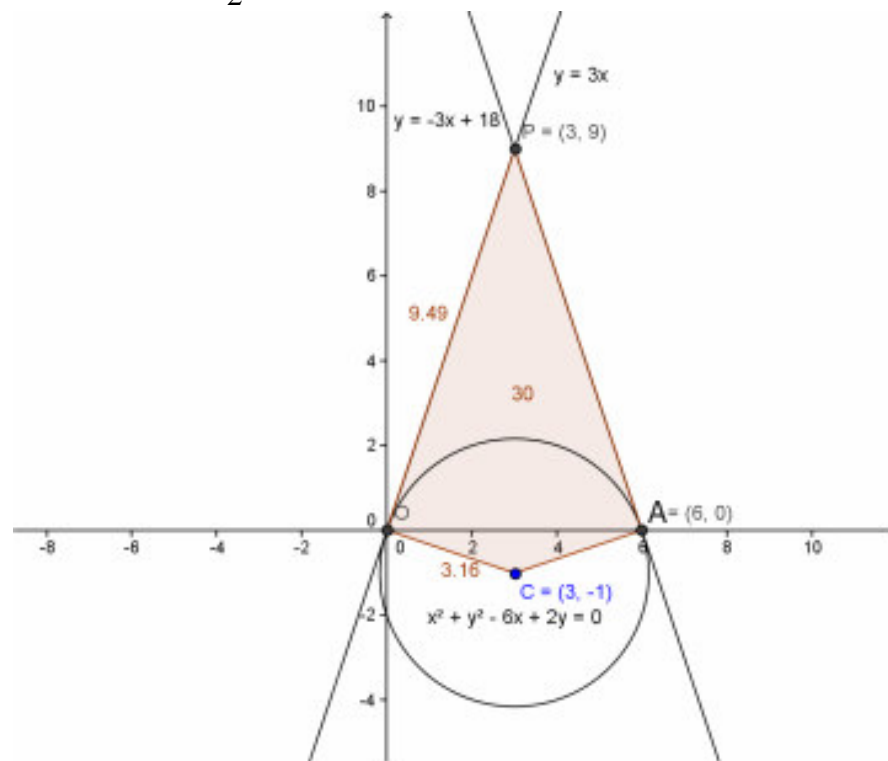


$$\begin{cases} x^2 + y^2 - 6x + 2y = 0 \\ y = 0 \end{cases} \Rightarrow x_1 = 0; x_2 = 6 \Rightarrow O(0;0) - A(6;0)$$

La retta 1 passa per O (manca il termine noto); la retta 2 passa per B in quanto le coordinate di B verificano l'equazione: $0 = -3 \cdot 6 + 18$.

Punto c: il quadrilatero è formato da due triangoli rettangoli identici: si calcola dunque il cateto $PO = \sqrt{90}$; l'altro cateto è il raggio, per cui

$$\text{Area POCA} = \frac{\sqrt{90} \cdot \sqrt{10}}{2} \cdot 2 = 30$$



2) Problema 2

- Data la circonferenza di equazione $x^2 + y^2 - 6x + 2y = 0$ calcolare le equazioni delle rette tangenti condotte dal punto esterno $P(3;9)$
- Verificare che tali tangenti incontrano la circonferenza nei suoi punti O e A, intersezioni con l'asse x
- Calcolare l'area del quadrilatero POCA.

Punto a

Si calcolano innanzitutto $C(3;-1)$ e $r = \sqrt{10}$.

Fascio proprio per P: $y - 9 = m(x - 3) \Rightarrow mx - y - 3m + 9 = 0$

Distanza fascio-Centro=raggio: $d = \frac{|3m + 1 - 3m + 9|}{\sqrt{m^2 + 1}} = \sqrt{10}$

$$10 = 10(m^2 + 1) \Rightarrow m^2 = 9 \Rightarrow m = \pm 3$$

Retta 1: $y = 3x$; retta 2: $y = -3x + 18$

Punto b: Conviene calcolare le intersezioni della circonferenza con l'asse x:

3) Problema 3

- Calcolare l'equazione della circonferenza passante per i punti $A(0;4)$, $B(3;1)$ e $D(7;1)$.
- Calcolare le equazioni della retta tangente condotta dal punto A.